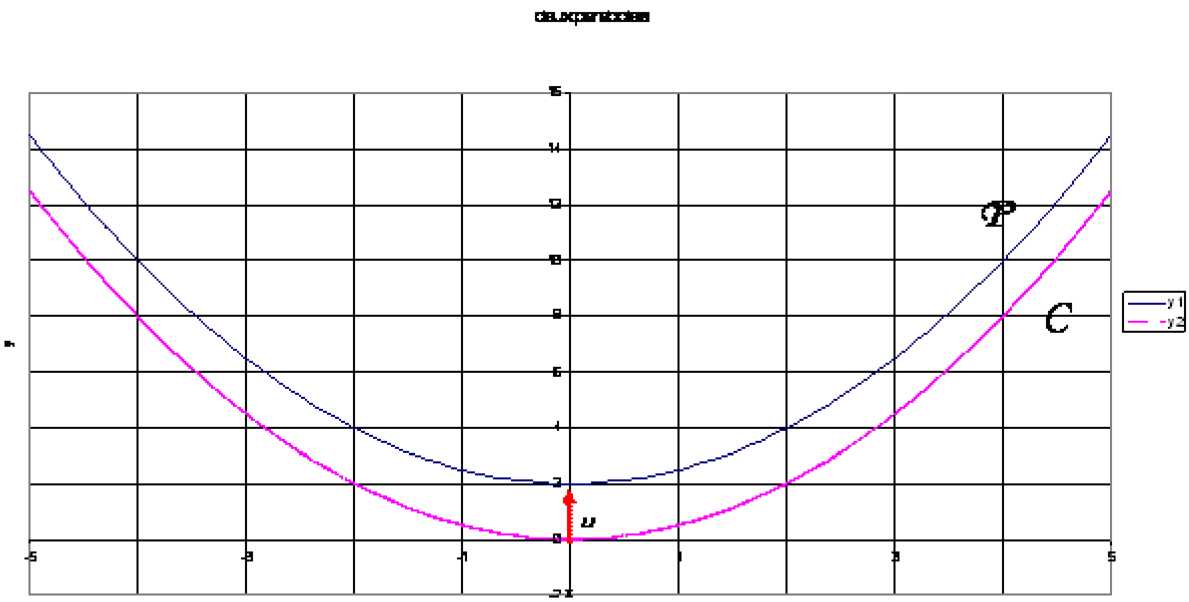
Attention : Les résultats non justifiés ne sont pas pris en compte ;
Rappel : A l'examen les calculatrices sont interdites

Exercice 1

Décrire les axiomes qui permettent à un ensemble E muni de deux lois : l'une interne notée $\oplus$ et l'autre externe par rapport à **R** notée ★ soit un espace vectoriel sur **R**

Exercice 2

A partir des représentations graphiques (P) ou (C), suivantes , dites laquelle correspond à celle d'un sous-espace vectoriel et laquelle à celle d'une variété affine.



Exercice 3

On se place dans l'espace vectoriel R^2. On notera $x = (x_1, x_2)$ les éléments de R^2 ..

1./Enoncez ce qu'il faut démontrer pour que $D = \{x \in R^2.; x_1 + x_2 = O\}$ et $K = \{ x \in R^2.; x_1 - x_2 = O \}$ soient des sous-espace vectoriels de R^2 et indiquez à quel ensemble appartient le O écrite dans $x_1 + x_2 = O$ dans l'expression de D.

2/ en donner une représentation graphique de D et K

3/ Donnez une variété affine A de direction D

4/ en donner une représentation graphique de A

5/ Dessinez dans le graphique deux éléments de A

6/ Enoncez ce qu'il faut démontrer pour que D et K soient deux sous espaces supplémentaires

7/ Démontrez que $D \cap K = \{O_{R2}\}$

Exercice 4

$M=\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3, x=2, y=1, z=-3, \}$, est ce que K est une variété affine ?

Exercice 5a

l'ensemble $A=\{(x,y) \in R^2, y+2x^2=0\}$ est –il un sous espace vectoriel de R^2?

Exercice 5b

Soit $u_1 =(1,1,1)$; $u_2=(1,1,-1)$; $u_3=(1,-1,1)$, $u_4=(2,2,-2)$; $u_5=(3,1,-1)$ et E le sous-espace vectoriel de R^3 engendré par la famille $U=\{ u_1 , u_2 ,u_3, u_4, u_5 \}$

1/ Extraire de la famille U une base B de E. En déduire que $E=R^3$