$$I = \int_0^1 \frac{x+1}{1+\sqrt{x}}\,dx$$

$\frac{x+1}{1+\sqrt{x}}$ est continue sur $[0;1]$ donc I existe

posons $u = \sqrt{x}$ ainsi $du = \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$ soit $2u\,du = dx$

changement de bornes $\begin{cases} \text{si } x=0 & u=0 \\ \text{si } x=1 & u=1 \end{cases}$

$$I = \int_0^1 \frac{2u(u^2+1)}{(1+u)}\,du$$

procédons à la division de $2u(u^2+1)$ par $u+1$

$2u(u^2+1) = 2u^3 + 2u$

$$\begin{array}{rl|l} & 2u^3 + 2u & u+1 \\ \cline{3-3} \ominus & 2u^3 + 2u^2 & 2u^2 - 2u + 4 \\ \cline{2-2} & 0 - 2u^2 + 2u & \\ \ominus & -2u^2 - 2u & \\ \cline{2-2} & 0 + 4u & \\ \ominus & +4u + 4 & \\ \cline{2-2} & 0 - 4 & \end{array}$$

ainsi $\frac{2u(u^2+1)}{1+u} = 2u^2 - 2u + 4 - \frac{4}{u+1}$

$$I = \int_0^1 \left(2u^2 - 2u + 4 - \frac{4}{u+1}\right) du = \int_0^1 (2u^2 - 2u + 4)\,du - \int_0^1 \frac{4}{u+1}\,du$$

$$I = \left[\frac{2u^3}{3} - \frac{2u^2}{2} + 4u\right]_0^1 - \left[4\ln(u+1)\right]_0^1$$

$$I = \frac{11}{3} - 4\ln(2) =$$

$$I = 0{,}89407794$$