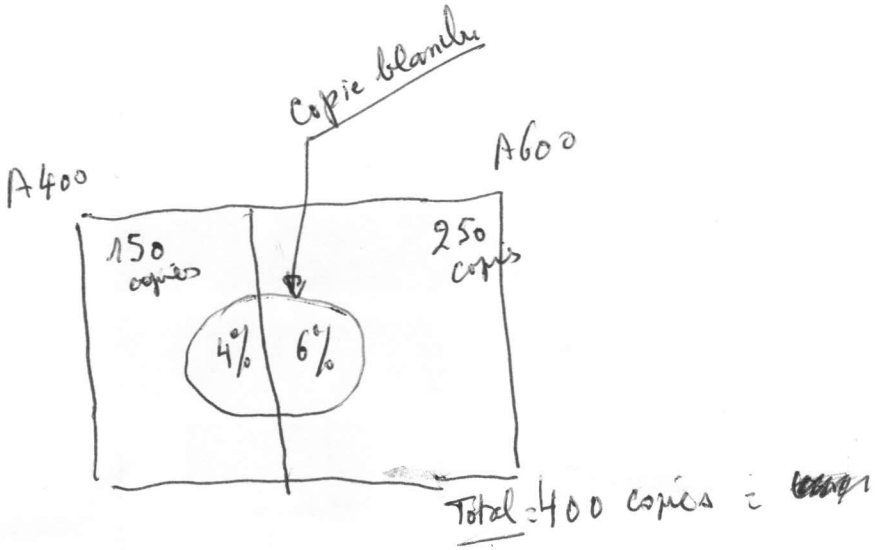
Exercice 7

400 étudiants ont répartis dans deux amphithéatres pour passer un examen d'économie. On en compte 150 dans l'amphi 400 et 250 dans l'amphi 600. Les surveillants ont relevé le pourcentage de copies blanches dans les deux amphis : 4 % en 400 et 6 % en 600. Les copies sont regroupées et remises au correcteur, qui en prend une au hasard et qui constate qu'elle est blanche.

Quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'amphi 400 ?

2009 - 2010 PROBABILITÉ Sciences Eco

TD1 exo 7



Données

on note CB l'évènement " la copie est blanche "

on note A400 l'évènement " la copie provient de l'amphi 400 "

A600 = l'évènement " la copie provient de l'amphi 600 "

$$Pr(CB/A400) = 4\%$$

$$Pr(CB/A600) = 6\%$$

$$Pr(A400) = \frac{150}{400} = \frac{3}{8} = \frac{375}{1000}$$

$$Pr(A600) = \frac{250}{400} = \frac{5}{8} = \frac{625}{1000}$$

on cherche $Pr(A400/CB) = ?$

- on remarque que $\{A400 ; A600\}$ est un système complet d'évènements

car $A_{400} \cap A_{600} = \emptyset$ et $A_{400} \cup A_{600} = \Omega$

ainsi $CB = (CB \cap \Omega) = CB \cap (A_{400} \cup A_{600}) = (CB \cap A_{400}) \cup (CB \cap A_{600})$

avec $(CB \cap A_{400}) \cap (CB \cap A_{600}) = \emptyset$

ainsi $Pr(CB) = Pr[(CB \cap A_{400}) \cup (CB \cap A_{600})] = Pr(CB \cap A_{400}) + Pr(CB \cap A_{600})$

- Par définition : $Pr(A_{400}/CB) = \dfrac{Pr(A_{400} \cap CB)}{Pr(CB)}$ avec $Pr(A_{400} \cap CB) = Pr(CB/A_{400}) \times Pr(A_{400})$

- Par conséquent : $Pr(A_{400}/CB) = \dfrac{Pr(CB/A_{400}) \times Pr(A_{400})}{Pr(CB/A_{400}) \times Pr(A_{400}) + Pr(CB/A_{600}) \times Pr(A_{600})}$

$$Pr(A_{400}/CB) = \frac{4\% \times \frac{3}{8}}{4\% \times 3/8 + 6\% \times 5/8} = \frac{2}{7}$$