1)

Gr 17 8h

$$\begin{cases} 4x + 2my + 2z = 2 \\ x + 3y + (m+2)z = p \\ 4x + (2m+1)y + 3z = 2 \end{cases}$$

$m=2$, $p=-2$
$$\begin{cases} 4x + 4y + 2z = 2 \\ x + 3y + 4z = -2 \\ 4x + 5y + 3z = 2 \end{cases}$$

gr 4 9h45

$$\begin{cases} 6x + 3my + 3x = 3 \\ x + 3y + (m+2)z = p \\ 4x + (2m+1)y + 3z = 2 \end{cases}$$

$m=2$, $p=-2$
$$\begin{cases} 6x + 6y + 3x = 3 \\ x + 3y + 4z = -2 \\ 4x + 5y + 3z = 2 \end{cases}$$

gr 8 11h30

$$\begin{cases} 8x + 4my + 4z = 4 \\ x + 3y + (m+2)z = p \\ 4x + (2m+1)y + 3z = 2 \end{cases}$$

$m=2$, $p=-2$
$$\begin{cases} 8x + 8y + 4z = 4 \\ x + 3y + 4z = -2 \\ 4x + 5y + 3z = 2 \end{cases}$$

Sous forme matricielle en vue de la méthode de Pivot

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 6 & 6 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 8 & 8 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{L_1}{2} \to L_1 \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \frac{L_1}{3} \to L_1 \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \frac{L_1}{4} \to L_1 \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

pivot

$$L_1 \leftrightarrow L_2 \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} L_2 - 2L_1 \to L_2 \\ L_3 - 4L_1 \to L_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & -4 & -7 & 5 \\ 0 & -7 & -13 & 10 \end{bmatrix} \qquad +4L_3 - 7L_2 \to L_3 \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & -4 & -7 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

revenons au système

$$\begin{cases} x + 3y + 4z = -2 \\ -4y - 7z = 5 \\ -3z = 5 \end{cases}$$

de L_3 on a : $z = -\frac{5}{3}$

de L_2 $-4y = 7\left(-\frac{5}{3}\right) + 5$ $\quad y = \frac{5}{3}$

de L_1 $x = -3 \times \frac{5}{3} + 4 \times \frac{5}{3} - 2$

$\left.\begin{matrix} m=2 \\ p=-2 \end{matrix}\right\}$ $\mathcal{S} = \left\{ \left(-\frac{1}{3} ; \frac{5}{3} ; -\frac{5}{3} \right) \right\}$

2)

Gr 17 8h

Pour $\begin{cases} m=1 \\ p=\frac{1}{2} \end{cases}$
$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 2 \\ x + 3y + 3z = \frac{1}{2} \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

Gr 4 9h45

$m=1$, $p=\frac{1}{2}$
$$\begin{cases} 6x + 3y + 3x = 3 \\ x + 3y + 3z = \frac{1}{2} \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

Gr 8 11h30

$m=1$, $p=\frac{1}{2}$
$$\begin{cases} 8x + 4y + 4z = 4 \\ x + 3y + 3z = \frac{1}{2} \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

Sous forme matricielle en vue de la méthode de pivot

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & \frac{1}{2} \\ 4 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 6 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & \frac{1}{2} \\ 4 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 8 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & \frac{1}{2} \\ 4 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \frac{L_1}{2} \to L_1 \\ 2L_2 \to L_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} \frac{L_1}{3} \to L_1 \\ 2L_2 \to L_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} \frac{L_1}{4} \to L_1 \\ 2L_2 \to L_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} L_2 - L_1 \to L_2 \\ L_3 - 2L_1 \to L_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad 5L_3 - L_2 \to L_3 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

revenons au système

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 5y + 5z = 0 \\ 0z = 0 \end{cases} \Rightarrow z \in \mathbb{R}$$

$\begin{cases} m=1 \\ p=\frac{1}{2} \end{cases}$ $\mathcal{S} = \left\{ \left(\frac{1}{2} ; -z ; z \right), z \in \mathbb{R} \right\}$ $\quad$ z étant une inconnue de condanè

3.a On pose $p = -2$ (voir corrigé du TD 1 exo 5)

3.b On pose $p = -2$ Discussion selon le paramètre m (voir corrigé TD 1 exo 5)

3.c

3.c.i On pose $m = 1$ et $p = -2$

Grp 17

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 2 \\ x + 3y + 3z = -2 \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$Y = AX$

ou $AX = Y$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

gr 14

$$\begin{cases} 6x + 3y + 3z = 3 \\ x + 3y + 3z = -2 \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$Y = AX$

$AX = Y$

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

gr 8

$$\begin{cases} 8x + 4y + 4z = 4 \\ x + 3y + 3z = -2 \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$Y = AX$

$AX = Y$

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

3.c.ii

Pour montrer que la matrice A n'est pas inversible il suffit, dans la méthode de Gauss Jordan, lors des transformations élémentaires, d'obtenir soit une ligne de 0 soit une colonne de 0.