Elements de corrections (cliquez ici)

I/ On donne trois vecteurs de R^3 : u=(1,1,1), v(1,1,-2), w(1,y,z) . Determinez le vecteur w de telle manière que les trois vecteurs u, v, w forment une famille orthogonale de vecteurs.

II/ Dans R^3, à partir de u,v,w de la question I/ proposez une famille de vecteurs orthonormaux.

III/ On donne trois vecteurs de R^3 : u=(1,1,1), v(1,1,0), w(1,0,0). Comment peut-on savoir si tout élément (a,b,c) de R^3 peut s'écrire d'une unique façon comme combinaison linéaire de u,v, w ?

IV/ En utilisant les nombres de combinaisons, developpez $\left(2x+\frac{1}{2}\right)^5$

V/ Donnez le coefficient du terme constant de $\left(2x+\frac{1}{2x}\right)^5$

VI

On donne X, élément de R^3 X= $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

On donne Y, élément de R^3 Y= $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

On donne P :

$$P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On donne A :

$$A=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

On donne D :

$$D=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a/Calculez : Y=PX,
b/ Que donne ${}^tPDP$? ,
c/ si $Q={}^tXAX$, montrez que $Q={}^tYDY$
d/ Donnez l'expression de la forme quadratique Q(x,y,z)
e/ Donnez une décomposition en somme de carrés de Q(x,y,z)
f/ Q est elle définie positive ? définie négative ? justifiez .

VII/ Soit $Q(x,y,z)=-2x^2-y^2-5z^2+2xy+2xz+2yz$.
a/ Donner une décomposition en « carrés » de cette forme quadratique.
b/ est elle positive ?, négative ? , définie ?
c/ Donnez 2 vecteurs tels que Q(x,y,z)=0