Interro de Jeudi

Exo I

Notons ~~n~~ le nombre de parties, X le nombre de "piles", X' le nombre de faces ; si le joueur mise sur "pile", son gain au bout de n parties sera $X-X'$ euros. comme $X+X'=n$ alors $X-X'=2X-n$. si on note $G=X-X'$ G est une variable aléatoire car X ~~et X~~ est aléatoire.

On veut que $$\text{Prob}(G \geqslant -20) = 94\%$$

or $$(G \geqslant -20) \iff (2X - n \geqslant -20) \iff \left(X \geqslant \frac{n-20}{2}\right)$$

Ainsi $$\text{Prob}(G \geqslant -20) = \text{Prob}\left(X \geqslant \frac{n-20}{2}\right)$$

X étant une somme de n variables de Bernoulli $\mathcal{B}\left(\frac{1}{2}\right)$ indépendants X suit une loi binomiale $\mathcal{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$, or n étant inconnue nous avons intérêt à l'approximer par la loi Normale $N\left(\frac{n}{2} ; \frac{n}{4}\right)$ et on vérifiera a posteriori le bien fondé de cette approximation ($n \geqslant 30$, $np \geqslant 15$, $nq > 15$).

Centrons et réduisons X et on obtient $X^* = \dfrac{X - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{4}}}$ X^* suit $N(0,1)$

Ainsi $$\text{Prob}\left(X \geqslant \frac{n-20}{2}\right) = \text{Prob}\left(X^* \geqslant \frac{\frac{n-20}{2} - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{4}}}\right) = \text{Prob}\left(X^* \geqslant -\frac{20}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= \text{Prob}\left(X^* \leqslant \frac{20}{\sqrt{n}}\right) = \Pi\left(\frac{20}{\sqrt{n}}\right) = 94\%$$ et on lit sur la table de $N(0,1)$ que $\frac{20}{\sqrt{n}} = 1,5547$ soit $n = 165,47$

<u>Conclusion</u> : le joueur ne doit pas jouer plus de 165 parties.

Remarquons a posteriori que $n \geqslant 30$ et $np > 15$ et $nq > 15$:
L'approximation effectuée est valide.