

# Exercice initial

système complet : {HIV, nonHIV}

Prob de	POS/HIV	95,00%
Prob de	NEG/HIV	5,00%
Prob de	NEG/nonHIV	98,00%
Prob de	POS/nonHIV	2,00%
Prob de	HIV	1%
Prob de	nonHIV	99,00%

$$Pr(HIV/NEG) = \frac{Pr(HIV \cap NEG)}{Pr(NEG)} = \frac{Pr(NEG/HIV) \cdot Pr(HIV)}{Pr(NEG/HIV) \cdot Pr(HIV) + Pr(NEG/nonHIV) \cdot Pr(nonHIV)}$$

Prob de NEG/HIV x Prob de HIV = 0,0500%

$$Pr(NEG) = Pr(NEG/HIV) \cdot Pr(HIV) + Pr(NEG/nonHIV) \cdot Pr(nonHIV) = 0,05\% + 97,02\% = 97,07\%$$

Prob de HIV/NEG = 0,0515% = Pr(HIV/NEG)

Prob de POS/nonHIV x Prob de nonHIV = 1,98%

$$Pr(POS) = Pr(POS/nonHIV) \cdot Pr(nonHIV) + Pr(POS/HIV) \cdot Pr(HIV) = 1,98\% + 0,95\% = 2,93\%$$

Prob de nonHIV/POS = 67,5768% = Pr(nonHIV/POS)

$$Pr(nonHIV/POS) = \frac{Pr(nonHIV \cap POS)}{Pr(POS)} = \frac{Pr(POS/nonHIV) \cdot Pr(nonHIV)}{Pr(POS/nonHIV) \cdot Pr(nonHIV) + Pr(POS/HIV) \cdot Pr(HIV)}$$

un test qui, parmi les positifs <sup>qu'il</sup> déclarés, il y a 68% qui ne sont pas malades, n'est pas un test fiable.

Exercice de l'évaluation : on veut que  $\text{Prob}(NonHiv/Pos) = 0,05\%$  on cherche  $\text{Prob}(NEG/nonHiv) = ? = x$

remarquons que  $\text{Prob}(NEG/nonHiv) = 1 - \text{Prob}(Pos/nonHiv)$

Soit  $\text{Prob}(Pos/nonHiv) = 1 - x$

Prob de	POS/HIV	95,00%
Prob de	NEG/HIV	5,00%
Prob de	NEG/nonHIV	99,999520% = x
Prob de	POS/nonHIV	<del>0,00048%</del> 0,00%
Prob de	HIV	1%
Prob de	nonHIV	99,00%

Prob de	NEG/HIV	x Prob de HIV	0,05%	99,00%	0,0500%	
Prob de	HIV/NEG				99,05%	0,0505%
Prob de	POS/nonHIV	x Prob de nonHIV	0,00%	0,95%	0,00%	0,000505
Prob de	nonHIV/POS				0,95%	0,0500%
Prob de	nonHIV/POS	0,05%	1	0,0004750%	99,00%	-99,95%

x = 99,99952%

Raisonnement : on sait que  $\text{Prob}(NonHiv/Pos) = \frac{\text{Pr}(Pos/nonHiv) \times \text{Pr}(nonHiv)}{\text{Pr}(Pos/nonHiv) \times \text{Pr}(nonHiv) + \text{Pr}(Pos/Hiv) \times \text{Pr}(Hiv)}$

Soit  $\text{Prob}(NonHiv/Pos) = \frac{(1-x) \text{Pr}(NonHiv)}{(1-x) \times \text{Pr}(NonHiv) + \text{Pr}(Pos/Hiv) \times \text{Pr}(Hiv)}$

Application numérique :  $0,05\% = \frac{(1-x) \cdot 99\%}{(1-x) \cdot 99\% + 95\% \times 1\%}$

D'où : il suffit de résoudre cette équation en x et on trouve x = 99,9995%  
Soit  $\text{Pr}(NEG/nonHiv) = 99,9995\%$

Remarque Si au lieu de 0,05% on met  $\text{Prob}(NonHiv/Pos) = 5\%$  il faut :  $\text{Pr}(NEG/nonHiv) = 99,95\%$