

### Exercice 7

Soit  $X_1 \dots X_{1000}$  des variables aléatoires i.i.d. suivant la loi uniforme sur  $[0, 1]$ .

1. Soit  $N$  le nombre d'entre elles inférieures ou égales à 0,003. Calculer  $\Pr(N < 5)$  en utilisant une approximation par une loi de Poisson.
2. Soit  $M$  le nombre d'entre elles comprises entre  $1/4$  et  $3/4$ . Calculer par approximation normale  $\Pr(|M - 500| > 20)$ .

### Exercice 8

On joue à la roulette de la façon suivante : on mise 1 euro sur un seul numéro compris entre 0 et 36. Si ce numéro sort à la roulette, on gagne 35 euros, sinon la banque (le propriétaire de la roulette) garde la mise. Si 5000 personnes jouent, quelle est la probabilité que la banque perde de l'argent ?

### Exercice 9

On génère à l'ordinateur 100 000 nombres aléatoires selon une loi uniforme  $\mathcal{U}_{[0,1]}$

1. On calcule leur moyenne géométrique  $\sigma = \left( \prod_{i=1}^{100000} u_i \right)^{1/100000}$ . Cette moyenne sera probablement très proche d'un nombre  $a$ . Calculer  $a$  et justifier votre réponse.
2. On calcule leur somme. Quelle est probabilité que cette somme s'écarte de 50 000 de plus de 100 ?

## Quelques problèmes d'examen

Janvier 2010

### Exercice 1

Les filles représentent 45 % des étudiants de L2 sciences éco. On a constaté que la moyenne de leurs notes au premier semestre suivait sensiblement une loi normale de moyenne 10 et d'écart-type 4, alors que celle des garçons suivait sensiblement une loi normale de moyenne 8 et d'écart-type 5.

1. On choisit un étudiant (garçon ou fille) au hasard. Quelle est la probabilité qu'il valide son semestre avec mention (moyenne au moins égale à 12) ?
2. On sait que l'étudiant a validé son semestre avec mention. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?
3. On choisit 10 étudiants au hasard. Quelle est la probabilité que 5 d'entre eux exactement aient une mention ? (on donnera une valeur théorique sans chercher à la calculer numériquement)

Valeurs numériques :  $0.31 \times 0.45 \approx 0.14$      $0.55 \times 0.21 \approx 0.12$      $\frac{0.14}{0.26} \approx 0.54$