Pour un joueur : gagner a pour probabilité $\frac{1}{37}$

Soit G la variable aléatoire du Gain de ce joueur :

$Pr(G = 34) = \frac{1}{37}$ si ~~le nu~~ son numero est tiré

$Pr(G = -1) = \frac{36}{37}$ sinon.

Supposons qu'il y a 5000 joueurs, on note G_i le gain du joueur "i" $i \in \{1, \dots, 5000\}$

la banque perd si $\sum_{i=1}^{5000} G_i > 0$

Soit N le nombre de joueurs qui gagnent, c'est un nombre aléatoire

$N = \sum_{i=1}^{5000} X_i$ où X_i est la variable aléatoire de Bernoulli qui vaut 1 si le i^{eme} joueur gagne et vaut 0 sinon.

le gain de l'ensemble des joueurs sera : $T = \sum_{i=1}^{5000} G_i$

avec $T = N \times 34 - (5000 - N)$

Ainsi la banque perd si $T > 0$

Soit $N \times 34 - (5000 - N) > 0$ soit $35 \times N > 5000$

. Soit $N \geqslant 143$

la banque perd si $N \geqslant 143$.

or $X_i \sim \mathcal{B}(\frac{1}{37})$ donc : $N = \sum_{i=1}^{5000} X_i$ $N \sim \mathcal{B}(5000, \frac{1}{37})$

Donc Prob(banque perd) $= Prob(N \geqslant 143) = 1 - Prob(N < 143)$

$= 1 - Prob(N \leq 142)$ où $E(N) = \frac{5000}{37} \approx 135{,}135$ $Var(N) = 131{,}48$

Calculons $Prob(N \leq 142) \approx Prob\left(\frac{N - 135{,}135}{11{,}4666} \leq \frac{142 - 135{,}135}{11{,}4666}\right) = Prob(N(0,1) \leq 0{,}5987)$

$0{,}72240$

On verifie bien les conditions de l'approximation.

Prob(banque perd) $= 1 - 0{,}72240 = 0{,}2776$

$\approx 28\%$